

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ
ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В МАГИСТРАТУРУ
ПО КОНКУРСНЫМ ГРУППАМ ЦЕНТРА «ПУСК» МФТИ**

Вступительное испытание проводится в письменной форме с использованием дистанционных технологий. Длительность вступительного испытания – 3 часа.

Экзаменационный вариант состоит из теоретических вопросов и практических заданий в соответствии с программой вступительного испытания. Теоретические вопросы и практические задания представлены в формате теста с выбором варианта ответа и вопросов с развернутым ответом.

Раздел 1. Основы математического анализа

1. Пределы по Коши и Гейне, непрерывность. Пределы последовательностей и функций. Непрерывные функции.
2. Элементы общей топологии. Непрерывные отображения. Компактность, связность, хаусдорфовость.
3. Ряды. Числовые и функциональные ряды. Признаки сходимости (Даламбера, Коши, интегральный, Лейбница). Абсолютно и условно сходящиеся ряды.
4. Дифференцирование. Дифференцирование функций. Применение производной для нахождения экстремумов функций. Формула Тейлора.
5. Функции многих переменных. Частные производные. Градиент и его геометрический смысл. Метод градиентного спуска. Поиск экстремумов функций от многих переменных.
6. Интегрирование. Определенный и неопределенный интегралы. Методы интегрирования функций. Первообразные различных элементарных функций.

Раздел 2. Линейная алгебра

1. Системы линейных уравнений. Прямоугольные матрицы. Приведение матриц и систем линейных уравнений к ступенчатому виду. Метод Гаусса.
2. Линейная зависимость и ранг. Линейная зависимость строк (столбцов). Основная лемма о линейной зависимости, базис и ранг системы строк (столбцов). Ранг матрицы. Критерий совместности и определенности системы линейных уравнений в терминах рангов матриц. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.
3. Определители. Определитель квадратной матрицы, его основные свойства. Критерий равенства определителя нулю. Формула разложения определителя матрицы по строке (столбцу).
4. Операции над матрицами. Операции над матрицами и их свойства. Теорема о ранге произведения двух матриц. Определитель произведения квадратных матриц. Обратная матрица, ее явный вид (формула), способ выражения с помощью элементарных преобразований строк.
5. Векторные пространства; базис. Векторное пространство, его базис и размерность. Преобразования координат в векторном пространстве. Подпространства как множества решений систем однородных линейных уравнений. Связь между размерностями суммы и пересечения двух подпространств. Линейная независимость подпространств. Базис и размерность прямой суммы подпространств.

6. Линейные отображения и линейные операторы. Линейные отображения, их запись в координатах. Образ и ядро линейного отображения, связь между их размерностями. Сопряженное пространство и сопряженные базисы. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к другому базису.

Раздел 3. Теория вероятности и основы математической статистики

1. Основные понятия теории вероятностей. Определение вероятностного пространства, простейшие дискретные случаи (выборки с порядком и без него, упорядоченные и неупорядоченные), классическая вероятностная модель. Случайная величина, функция распределения.
2. Условные вероятности. Определение условной вероятности, формула полной вероятности, формула Байеса.
3. Математическое ожидание, дисперсия, корреляция. Определение математического ожидания, дисперсии, ковариации и корреляции, их свойства.
4. Независимость событий. Парная независимость и независимость в совокупности.
5. Основные теоремы теории вероятностей. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.
6. Распределения. Стандартные дискретные и непрерывные распределения, их математические ожидания, дисперсии и свойства: биномиальное, равномерное, нормальное, пуассоновское, показательное, геометрическое.

Раздел 4. Алгоритмизация

1. Анализ алгоритмов. Понятие о сложности по времени и по памяти. Асимптотика, O-символика. Доказательство корректности алгоритмов.
2. Строки и операции над ними. Представление строк. Вычисление длины, конкатенация. Алгоритмы поиска подстроки в строке.
3. Структуры данных. Стек. Очередь. Очередь с приоритетами.
4. Сортировки. Нижняя теоретико-информационная оценка сложности задачи сортировки. Алгоритмы сортировки вставками, пузырьком, быстрая сортировка, сортировка слиянием. Оценка сложности.
5. Представление матриц и векторов. Алгоритмы умножения матриц и эффективные способы их реализации. Численные методы решения систем линейных уравнений.
6. Операции ветвления, циклы, математические операции (целочисленное деление, взятие остатка от деления, возведение в степень и др.). Рекурсивные функции.

Литература:

1. Архипов Г. И., Садовничий В. А., Чубариков В. Н. Лекции по мат. анализу. Изд-во Университет, 1999;
2. Вентцель Е. “Теория вероятностей”, двенадцатое издание. М.: Юстиция, 2018;
3. Винберг Э.Б. Курс алгебры, 1999, 2001, Факториал, 2013,2017,2018, МЦНМО.;
4. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных. Изд-во Невский диалект, 2005;
5. Гнеденко, Б. В. Курс теории вероятностей, УРСС. М.: 2001;
6. Зорич В. А. Математический анализ. Часть I. М.: Наука, 1981. 544 с. Часть II. М.: Наука, 1984. 640 с;
7. Ильин В.А., Позняк Э.Г. “Линейная алгебра”, шестое издание. М.: Физматлит, 2014;
8. Керниган Б., Ритчи Д. Язык программирования С. Изд-во Вильямс, 2008;
9. Кремер Н. “Теория вероятностей и математическая статистика”. М.: Юрайт, 2017;
10. Кормен Т., Лейзерсон Ч., “Алгоритмы. Построение и анализ”. М.: Вильямс, 2017;

11. Кудрявцев, Л.Д., Курс математического анализа (в трех томах). Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Т. 2. Ряды. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Т. 3. Гармонический анализ. Москва, Изд-во Высшая школа, 1981.
12. Шень А. Программирование: теоремы и задачи. МЦНМО, 2007;
13. Dive into deep learning [электронный ресурс]. Режим доступа: http://d2l.ai/chapter_preliminaries/index.html ;
14. <https://www.youtube.com/c/brightsideofmaths> ;
15. <https://www.youtube.com/c/joshstarmer> .